Theoretische Physik I (Mechanik)

WS08/09   Dozent: J. König   Übung: M. Governale, A. Hucht

Name	
Matr.Nr	

Aufgabe	1	2	3	4	C	$\sum$
Punkte						

Übungsklausur

am 19.12.08

Aufgabe 1: Punktmasse auf Paraboloid *(8 Punkte)*

Eine Punktmasse m gleitet reibungsfrei auf der Oberfläche $z = \rho^2/\lambda$, wobei $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$. Auf die Punktmasse wirkt die Schwerkraft $-mg\hat{\mathbf{e}}_z$. Benutzen Sie Zylinderkoordinaten $\rho,\ \phi,\ z$.

(a) Bestimmen Sie die Lagrangefunktion $L(\rho, \dot{\rho}, \phi, \dot{\phi})$.

(b) Geben Sie die zyklischen Koordinaten und die zugehörigen kanonischen Impulse an.

(c) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung für $\rho(t)$ in Abhängigkeit der konstanten kanonischen Impulse.

(d) Zeigen Sie, dass sich die Punktmasse auf einer Kreisbahn bewegen kann und bestimmen Sie den zugehörigen Radius ρ^*.

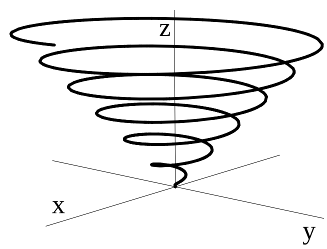
(e) Für kleine Abweichungen $a(t) = \rho(t) - \rho^*$ oszilliert $\rho(t)$ harmonisch um ρ^*. Bestimmen Sie die Oszillationsfrequenz.

Aufgabe 2: Perle auf Spirale *(5 Punkte)*

Eine Perle der Masse m gleitet reibungsfrei auf einer dreidimensionalen Spirale, die durch die Gleichungen

$$\rho = bz, \quad \phi = az$$

beschrieben wird. Auf die Perle wirkt die Schwerkraft $-mg\hat{\mathbf{e}}_z$.



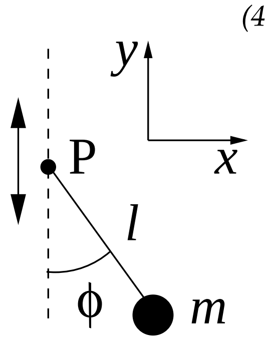
(a) Bestimmen Sie die Lagrangefunktion $L(z, \dot{z})$.

(b) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung.

(c) Leiten Sie aus der Energieerhaltung eine Relation zwischen $\dot{z}$ und z her.

Aufgabe 3: Ebenes Pendel mit oszillierendem Aufhängepunkt *(4 Punkte)*

Der Aufhängepunkt P eines ebenen Pendels der Länge l und der Masse m oszilliert harmonisch entlang der y-Achse, d.h. $(x_{\mathrm{P}}, y_{\mathrm{P}}) = (0, d \sin \gamma t)$. Auf das Pendel wirkt die Schwerkraft $-mg\hat{\mathbf{e}}_y$.

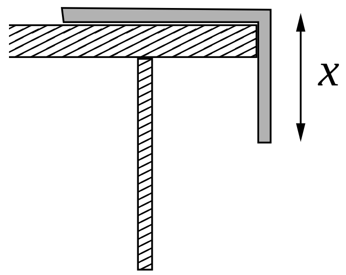


(a) Bestimmen Sie die Lagrangefunktion $L(\phi, \dot{\phi}, t)$.

(b) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung.

Aufgabe 4 : Rutschendes Seil *(5 Punkte)*

Ein Seil der Länge l und der Masse λ pro Längeneinheit rutscht ohne Reibung über eine Tischkante herunter. Wählen Sie als unabhängige Koordinate die Länge x des Seils, die nicht mehr auf dem Tisch liegt (siehe Abb.).



(a) Bestimmen Sie die Lagrangefunktion $L(x, \dot{x})$.

(b) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung.

(c) Lösen Sie die Bewegungsgleichung für die Anfangsbedingungen: $x(0) = a$ mit $0 < a < l$ und $\dot{x}(0) = 0$.

Computer Aufgabe : Periheldrehung *(2 Punkte)*

Nehmen Sie an, Sie haben eine numerische Lösung $r(t)$, $\varphi(t)$ für die Bahn eines Massepunktes um die Sonne, und der Startpunkt $r(0)$ sei das Perihel mit $\varphi(0) = 0$. Wie bestimmen Sie mit Hilfe dieser numerischen Lösung die Periheldrehung $\delta\varphi$?